25 Ορισμοί φυσικών μεγεθών μέσω μαθηματικών τύπων – Προσδιορισμός των σχέσεων εννοιών σύμφωνα με την Επιστήμη της ορολογίας

Κώστας Βαλεοντής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με αφορμή την πρόταση της επιτροπής ΕΛΟΤ/ΤΕ 21 να διορθωθεί ένα λάθος στο Διεθνές Πρότυπο ISO 704:2009, στην παρούσα εργασία, αναλύεται η φύση των ορισμών των φυσικών μεγεθών μέσω μαθηματικών τύπων (formula definitions). Επιδεικνύεται ότι οι *ορισμοί μέσω μαθηματικών τύπων* δεν διαφέρουν από τους *λεκτικούς ορισμούς* (verbal definitions), αλλά απλώς διατυπώνονται συνεπτυγμένα με μαθηματικά σύμβολα και μαθηματικές «σχέσεις»· αποτελούν δηλαδή «*συμβολικά μεταφράσματα»* λεκτικών ορισμών από τη *γενική γλώσσα* στην *ειδική γλώσσα* των μαθηματικών. Δίνεται η γενική μορφή ορισμού ενός φυσικού μεγέθους μέσω μαθηματικού τύπου (συνάρτησης) και πίνακας συγκεκριμένων εξειδικεύσεών της. Επισημαίνονται ιδιαίτερα: η σχέση ευθείας αναλογίας, η σχέση αντίστροφης αναλογίας, η σχέση (αλγεβρικού ή διανυσματικού) αθροίσματος με κάθε (αλγεβρικό ή διανυσματικό) προσθετέο του, η σχέση συνάρτησης και της παραγώγου της, η σχέση συνάρτησης και του ολοκληρώματός της κ.ά. Σε περιπτώσεις όπου το οριζόμενο μέγεθος είναι συνάρτηση περισσότερων του ενός άλλων μεγεθών, προσδιορίζεται το είδος της σχέσης αυτού με καθένα από τα μεγέθη αυτά. Δίνονται συγκεκριμένα παραδείγματα μαθηματικού τύπου που αποτελεί ορισμό του φυσικού μεγέθους και άλλων τύπων που δίνουν το ίδιο φυσικό μέγεθος, αλλά δεν είναι ορισμοί του, και γίνεται αναφορά της έννοιας '*διεργέννοια'*.

Formula definitions of physical quantities – Determination of concept relations according to terminology science

Kostas Valeontis

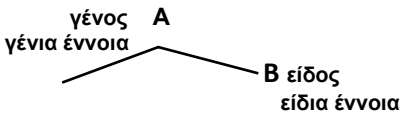
Abstract

On the occasion of the proposal of the committee ELOT/TC 21 to correct an error in the International Standard ISO 704:2009, in this paper, the nature of the definitions of the physical quantities via mathematical formulas (*formula definitions*) is analyzed. It is demonstrated that *formula definitions* do not differ from *verbal definitions*, but they are merely formulated concisely by mathematical symbols and mathematical "relations"; i.e., they are "*symbolic translations*" of verbal definitions from the *general language* into the *special language* of mathematics. The general form of definition of a physical quantity through a mathematical formula (a function) and a table of its more common specializations are given. Specifically highlighted are: the relation of direct proportionality, the relation of inverse proportionality, the relation between an (algebraic or vectorial) sum and each one of its addends, the relation between a function and its derivative, the relation between a function and its integral, etc. In cases where the quantity being defined is a function of more than one other quantities, the kind of relation of the given quantity with each one of them is determined. Specific examples of mathematical formulae giving the same physical quantity but not being its definitions are given, and the concept '*procept'* is mentioned.

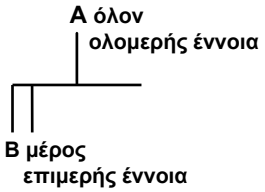
1 Οι σχέσεις εννοιών στον τομέα της Ορολογίας

Στην Ορολογία διακρίνονται τρεις κατηγορίες σχέσεων εννοιών: *ειδογονικές σχέσεις* ή *σχέσεις γένους–είδους* (generic relations), *μεριστικές σχέσεις* ή *σχέσεις όλου–μέρους* (partitive relations) και *συσχετικές σχέσεις* (associative relations). Οι δύο πρώτες είναι *ιεραρχικές* σχέσεις, ενώ οι τρίτες είναι *μη ιεραρχικές*· αφορούν, δηλαδή, θεματική σύνδεση των εννοιών μη ιεραρχική (Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης [ΕΛΟΤ], 2006, 2010· International Organization for Standardization [ISO], 2009, 2019, 2022). Οι συμβολισμοί των σχέσεων αυτών στα εννοιοδιαγράμματα είναι (Σχήμα 1), αντίστοιχα:

ειδογονική σχέση:



μεριστική σχέση:



συσχετική σχέση: **A ⟷ B**

Σχήμα 1

Στις ιεραρχικές σχέσεις, η έννοια A (το *γένος* ή το *όλον*) είναι η *υπερτασσόμενη έννοια*, ενώ η έννοια B (το *είδος* ή το *μέρος*) είναι η *υποτασσόμενη έννοια*.

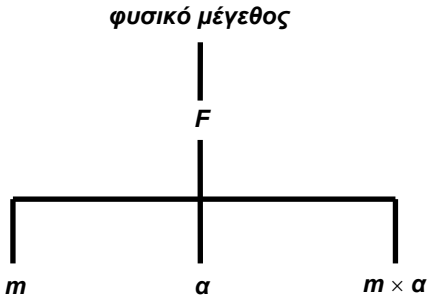
2 Μια σχέση εννοιών που δεν ήταν *μεριστική*

Στην παράγραφο 6.3.5 του ISO 704:2009, λεγόταν επί λέξει:

> "A formula used to define a scientific or mathematical quantity can be considered an *intensional definition* based on a *partitive relation* whenever the relationship between the parts is indicated."

και δινόταν ως παράδειγμα ορισμού ενός φυσικού μεγέθους μέσω μαθηματικού τύπου, ο ορισμός της δύναμης $\boldsymbol{F}$ που ασκείται πάνω σε ένα υλικό σημείο μέσω του τύπου: $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{\alpha}$, όπου $\boldsymbol{m}$ η μάζα του υλικού σημείου και $\boldsymbol{\alpha}$ η επιτάχυνση με την οποία κινείται το υλικό σημείο και ερμηνευόταν ως *εντατικός ορισμός* βασιζόμενος σε *μεριστική σχέση*, στην οποία $\boldsymbol{F}$ είναι η *ολομερής έννοια* (το *όλον*) και οι *επιμερείς έννοιες* (τα *μέρη*) είναι τρεις: $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{\alpha}$ και $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{\alpha}$.

Δηλαδή, με αντίστοιχο εννοιοδιάγραμμα:



Σχήμα 2

Βέβαια, στη φυσική,

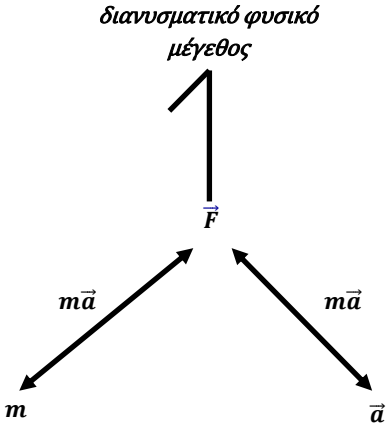
- **με κανέναν τρόπο** η μάζα ***m*** του υλικού σημείου δεν μπορεί να θεωρηθεί **μέρος** της **δύναμης *F***
- **ούτε** η επιτάχυνση ***α*** μπορεί, επίσης, να θεωρηθεί **μέρος** της **δύναμης *F***, ενώ
- τα δύο μεγέθη «πολλαπλασιαζόμενα» σχηματίζουν το **γινόμενο *m* × *α*,** που είναι **ακριβώς η δύναμη *F***, και **όχι ένα μέρος της**!

Στην επιτροπή ΕΛΟΤ/ΤΕ21 – είχαμε ήδη (από το 2008) επισημάνει το λάθος ότι δηλαδή η σχέση που εκφράζεται από τον μαθηματικό τύπο είναι, γενικά, *συσχετική σχέση* (όπως στη συγκεκριμένη περίπτωση) και μόνο σε περιπτώσεις άθροισης (αλγεβρικής ή διανυσματικής) μπορεί να νοηθεί ως *μεριστική*. Αλλά το σχόλιό μας αγνοήθηκε τότε από την αρμόδια ομάδα του ISO[1] (ELOT/TC 21, 2014). Επαναφέραμε, όμως, το ζήτημα υποβάλλοντας αναλυτική πρόταση (Valeontis, 2014) προκειμένου αυτή να ληφθεί υπόψη στην επόμενη συστηματική ανασκόπηση του προτύπου. Και πράγματι, έγινε η διόρθωση στην πρόσφατη έκδοση: ISO 704:2022, όπου πλέον γράφεται:

> **"6.4.3.10** Some formulae describing scientific or mathematical quantities can be considered *intensional definitions* based on the *concept relations* represented by mathematical expressions. These mathematical expressions connect the quantity being described with each of the other quantities involved. This connection is mostly an *associative relation*. It is a *partitive relation* only if the mathematical expression is a summation (either algebraic or vectorial)."

[1] ISO/TC37/SC1/WG3

και το παράδειγμα αναφέρεται διορθωμένο στη διανυσματική του μορφή: $\vec{F} = m\vec{a}$. Όπου ο μαθηματικός τύπος εκφράζει *συσχετική σχέση* της $\vec{F}$ με τα m και $\vec{a}$ και ο ορισμός βασίζεται σε ένα *μεικτό σύστημα εννοιών* (μία *ειδογονική* σχέση και δύο *συσχετικές*), όπως φαίνεται στο εννοιοδιάγραμμα:



Σχήμα 3

3 Ο ορισμός φυσικού μεγέθους μέσω ενός μαθηματικού τυπου

Στην Ορολογία, ο '*ορισμός*' μιας έννοιας (ΕΛΟΤ, 2006) είναι '*παράσταση της έννοιας μέσω μιας έκφρασης που την περιγράφει και τη διαφοροποιεί από συναφείς έννοιες'*. Ο '*εντατικός ορισμός*' είναι '*ορισμός που εκφράζει το βάθος της έννοιας δηλώνοντας την πλησιέστερη υπερτασσόμενη έννοια και το/τα διακριτικό/-ά χαρακτηριστικό/-ά*', ενώ ο 'εκτατικός ορισμός' είναι '*ορισμός που απαριθμεί όλες τις υποτασσόμενες έννοιες μιας υπερτασσόμενης έννοιας που αντιστοιχούν σε ένα κριτήριο υποδιαίρεσης*'.

Στη φυσική, ο ορισμός ενός φυσικού μεγέθους q μέσω μαθηματικού τύπου έχει τη γενική μορφή μιας μαθηματικής συνάρτησης:

$$q = f(a, b, c \ldots) \qquad (1)$$

που σχετίζει το οριζόμενο φυσικό μέγεθος με άλλα φυσικά μεγέθη $a, b, c, \ldots$ τα οποία είναι ήδη γνωστά. Πρόκειται δηλαδή για μια ισότητα στο αριστερό μέλος της οποίας είναι το σύμβολο του οριζόμενου φυσικού μεγέθους, ενώ στο δεξιό μέλος της υπάρχει μια μαθηματική παράσταση στην οποία συμμετέχουν τα σύμβολα άλλων φυσικών μεγεθών, που είναι γνωστά. Με όρους της Ορολογίας, το αριστερό μέλος της (1) είναι η *κατασήμανση* του οριζόμενου φυσικού μεγέθους ως *έννοιας* (που, εν προκειμένω, είναι *σύμβολο*) και το δεξιό είναι ο *ορισμός* της έννοιας διατυπωμένος ως συνάρτηση των $a, b, c, \ldots$ ως εννοιών οι οποίες είναι ήδη γνωστές. Η εξίσωση (1) λέμε ότι είναι η *εξίσωση ορισμού* ή η *σχέση*

ορισμού του φυσικού μεγέθους εφόσον αυτό έχει αποφασιστεί από τους ειδικούς του τομέα, δεδομένου ότι μπορεί να υπάρχουν και άλλες εξισώσεις της μορφής (1) που περιλαμβάνουν αλλά δεν ορίζουν το φυσικό μέγεθος *q*. Από τη συγκεκριμένη μορφή της (1) προκύπτει η κατηγορία της *σχέσης εννοιών* κατά την Ορολογία. Στη δεύτερη στήλη του Πίνακα 1, που ακολουθεί, αναγράφονται μερικές από τις πιο συνήθεις σχέσεις μεταξύ φυσικών μεγεθών που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες μορφές της συνάρτησης (1) ακολουθούμενες (σε παρένθεση) από το είδος της πράξης/τέλεσης μέσω της οποίας υπολογίζεται, αντίστοιχα, το οριζόμενο φυσικό μέγεθος. Η μαθηματική παράσταση των σχέσεων αυτών δίνεται στην τρίτη στήλη, ενώ στην τέταρτη στήλη αναγράφεται η ένταξή τους σε μία από τις τρεις κατηγορίες σχέσεων εννοιών της Ορολογίας.

Πίνακας 1 Σχέσεις μεταξύ φυσικών μεγεθών

Αρ.	**Σχέση μεταξύ φυσικών μεγεθών** (αντίστοιχη πράξη/τέλεση)	**Μαθηματική παράσταση**	**Κατηγορία σχέσης** (εξήγηση)
1.	Μεταξύ του γινομένου ενός φυσικού μεγέθους επί σταθερό συντελεστή και του φυσικού μεγέθους (πολλαπλασιασμός σταθεράς επί φυσικό μέγεθος)	$q = ka$	**συσχετική σχέση (ευθεία αναλογία)** π.χ. διπλάσιο α δίνει διπλάσιο q κ.ο.κ.
2.	Μεταξύ του πηλίκου ενός σταθερού συντελεστή προς ένα φυσικό μέγεθος και του φυσικού μεγέθους (διαίρεση σταθεράς διά φυσικού μεγέθους)	$q = \frac{k}{a}$	**συσχετική σχέση (αντίστροφη αναλογία)** π.χ. διπλάσιο *α* δίνει υποδιπλάσιο q κ.ο.κ.
3.	Μεταξύ του πηλίκου γινομένων φυσικών μεγεθών με καθένα από αυτά τα φυσικά μεγέθη (διαίρεση γινομένου διά γινομένου)	$q = \frac{abc}{def}$	**συσχετική σχέση (ευθεία αναλογία** με κάθε μέγεθος του αριθμητή και **αντίστροφη αναλογία** με κάθε μέγεθος του παρονομαστή)
4.	Μεταξύ του αθροίσματος φυσικών μεγεθών (αλγεβρικού ή διανυσματικού) και καθενός προσθετέου (άθροιση φυσικών μεγεθών: πρόσθεση βαθμωτών μεγεθών ή σύνθεση διανυσματικών μεγεθών)	$q = a + b$ $\vec{q} = \vec{a} + \vec{b}$	**μεριστική σχέση** (**όλον – μέρος**) δηλαδή, το α και το b είναι μέρη του q, συνθέτουν το q
5.	Μεταξύ της παραγώγου ενός φυσικού μεγέθους ως προς μια μεταβλητή και του φυσικού μεγέθους (παραγώγιση φυσικού μεγέθους)	$p = \frac{dq}{da}$	**συσχετική σχέση** (σχέση του ρυθμού μεταβολής του φυσικού μεγέθους ως προς τη μεταβλητή και του φυσικού μεγέθους)

6.	Μεταξύ του ολοκληρώματος ενός φυσικού μεγέθους ως προς μια μεταβλητή και του φυσικού μεγέθους (ολοκλήρωση φυσικού μεγέθους)	$s = \int q(\alpha)da$	**συσχετική σχέση** (σχέση του ορίου του αθροίσματος των γινομένων του φυσικού μεγέθους επί τη μεταβολή της μεταβλητής, όταν η μεταβολή τείνει στο μηδέν, και του φυσικού μεγέθους)
7.	Μεταξύ της δύναμης ενός φυσικού μεγέθους και του φυσικού μεγέθους (ύψωση φυσικού μεγέθους σε δύναμη)	$q = \alpha^{\mu}$	**συσχετική σχέση**
8.	Μεταξύ της ρίζας ενός φυσικού μεγέθους και του φυσικού μεγέθους (εξαγωγή ρίζας φυσικού μεγέθους)	$q = \sqrt[\mu]{\alpha}$	**συσχετική σχέση**
9.	Μεταξύ του δεκαδικού λογαρίθμου ενός φυσικού μεγέθους και του φυσικού μεγέθους (λογαρίθμιση φυσικού μεγέθους)	$q = log_{10}\,\alpha$	**συσχετική σχέση**
10.	...	...	...

Από όλες τις περιπτώσεις που αναγράφονται στον Πίνακα 1 μόνο η αρ. 4 αφορά *μεριστική σχέση* μεταξύ του οριζόμενου φυσικού μεγέθους και των άλλων μεγεθών μέσω των οποίων αυτό ορίζεται. Ας δούμε ένα σύνθετο παράδειγμα, το οποίο αναπτύσσεται στις παραγράφους α, β και γ που ακολουθούν.

α. Ορισμός της **δυναμικής ενέργειας** ενός σώματος μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης:

α1. Λεκτικός ορισμός:

δυναμική ενέργεια: **ενέργεια** που έχει το σώμα λόγω της θέσης του μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης και είναι ευθέως ανάλογη της μάζας του, της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης και της διαφοράς ύψους από μια θέση που λαμβάνεται ως αναφορά

Υπερτασσόμενη έννοια: '*ενέργεια*'.

α2. Ορισμός μέσω μαθηματικού τύπου:

$$E_D = mgh \qquad (2)$$

όπου:

E_D : η δυναμική ενέργεια του σώματος
m : η μάζα του σώματος
g : η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης
h : η διαφορά ύψους από τη θέση αναφοράς

β. Ορισμός της **κινητικής ενέργειας** ενός κινούμενου σώματος (θεωρούμενου ως υλικού σημείου):

β1. Λεκτικός ορισμός:

κινητική ενέργεια: **ενέργεια** που έχει το σώμα λόγω της κίνησής του και είναι ευθέως ανάλογη της μάζας του, του τετραγώνου της ταχύτητάς του και ενός αριθμητικού συντελεστή 0,5

Υπερτασσόμενη έννοια: '*ενέργεια*'.

β2. Ορισμός μέσω μαθηματικού τύπου:

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (3)$$

όπου:

E_K: η κινητική ενέργεια του σώματος
m: η μάζα του σώματος
v: η ταχύτητα του σώματος

γ. Ορισμός της **μηχανικής ενέργειας** ενός σώματος μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης:

γ1. Λεκτικός ορισμός:

μηχανική ενέργεια: άθροισμα της **δυναμικής ενέργειας** του σώματος και της **κινητικής ενέργειάς** του

Υπερτασσόμενη έννοια: '*μηχανική ενέργεια*'
Υποτασσόμενες έννοιες που έχουν ήδη οριστεί:
'*δυναμική ενέργεια*', '*κινητική ενέργειά*'

γ2. Ορισμός μέσω μαθηματικού τύπου:

$$E_M = E_D + E_K \qquad (3\alpha)$$

$$E_M = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \qquad (3\beta)$$

όπου:

E_M: η μηχανική ενέργεια του σώματος
E_D: η δυναμική ενέργεια του σώματος
E_K: η κινητική ενέργεια του σώματος

Ώστε, στο παράδειγμα αυτό, διακρίνουμε τις σχεσεις:

μεταξύ E_M και E_D και μεταξύ E_M και E_K : *μεριστική σχέση* (όλον – μέρη),

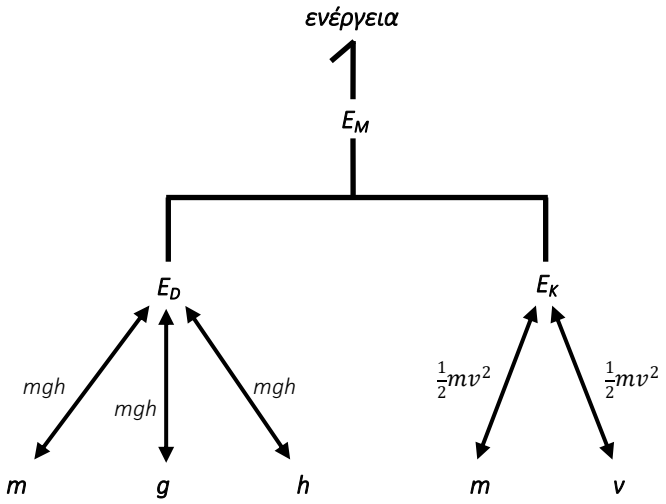
μεταξύ E_D και E_K : σχέση *παράταξης σε μεριστική σχέση* (μέρος – μέρος),

μεταξύ E_D και m, μεταξύ E_D και g και μεταξύ E_D και h : *συσχετική σχέση* (ευθεία αναλογία),

μεταξύ E_K και m : *συσχετική σχέση* (ευθεία αναλογία) και

μεταξύ E_K και v^2 : *συσχετική σχέση* (ευθεία αναλογία).

Το εννοιοδιάγραμμα του Σχήματος 4 απεικονίζει το αντίστοιχο σύστημα εννοιών το οποίο είναι *μεικτό σύστημα εννοιών*.



Σχήμα 3

Οι έννοιες των φυσικών μεγεθών (αλλά και άλλων «μεγεθών») διαφέρουν στο ότι τα φυσικά μεγέθη είναι μετρήσιμες οντότητες και ο ορισμός τους δηλώνει τη σχέση τους με άλλα φυσικά μεγέθη αφενός *ποιοτικά* (δηλαδή, ποια είναι τα συγκεκριμένα άλλα φυσικά μεγέθη) και αφετέρου *ποσοτικά* (δηλαδή, μέσω ποιας πράξης/τέλεσης υπολογίζεται το μέτρο τους). Το δεύτερο μέλος καθεμιάς από τις ισότητες (σχέσεις) της τρίτης στήλης του Πίνακα 1 περιλαμβάνει τα σύμβολα των εννοιών των άλλων φυσικών μεγεθών, που αντιπροσωπεύουν ταυτόχρονα και τα μέτρα τους και η όλη παράσταση «εκτελούμενη» παρέχει το μέτρο του οριζόμενου φυσικού μεγέθους.

Από τους παραπάνω ορισμούς α1, β1 και γ1 είναι φανερό ότι οι ορισμοί φυσικών μεγεθών μέσω μαθηματικών τύπων είναι, στην ουσία, συνοπτικές παραστάσεις με μαθηματικά σύμβολα αντίστοιχων λεκτικών ορισμών· μπορούν, δηλαδή, να θεωρηθούν «συμβολικά μεταφράσματα» λεκτικών ορισμών από τη γενική γλώσσα στην ειδική γλώσσα των μαθηματικών και της φυσικής.

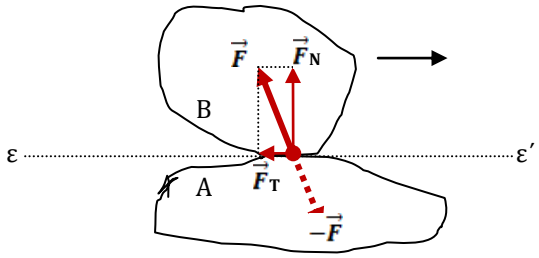
4 Κάθε μαθηματική σχέση που δίνει ένα φυσικό μέγεθος συναρτήσει άλλων φυσικών μεγεθών δεν είναι απαραίτητα σχέση ορισμού του φυσικού μεγέθους

Όπως ειπώθηκε παραπάνω, ένας οποιοσδήποτε μαθηματικός τύπος της μορφής (1), που δίνει ένα φυσικό μέγεθος q ως συνάρτηση άλλων φυσικών μεγεθών $a, b, c, \ldots,$ δεν αποτελεί, οπωσδήποτε, ορισμό του μεγέθους q.

Παράδειγμα 1

Έστω ότι έχουμε δύο σώματα, Α και Β, που είναι σε επαφή μεταξύ τους και το Β ολισθαίνει πάνω στο Α. Τότε το σώμα Α ασκεί στο Β μια δύναμη επαφής $\vec{F}$ και το Β ασκεί στο Α δύναμη $-\vec{F}$ (δράση – αντίδραση). Αν η δύναμη $\vec{F}$ αναλυθεί σε δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους τη μία ($\vec{F}_T$) πάνω στο κοινό εφαπτόμενο επίπεδο εε΄ μεταξύ των δύο σωμάτων και την άλλη ($\vec{F}_N$) κάθετη προς αυτό, είναι:

$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_N \qquad (4)$$



Σχήμα 4

Η συνιστώσα $\vec{F}_T$ της $\vec{F}$ πάνω στο κοινό εφαπτόμενο επίπεδο εε΄ είναι η δύναμη που αντιτίθεται στην ολίσθηση και ορίζεται (λεκτικός ορισμός) ως **τριβή ολίσθησης** και συμβολίζεται με $\vec{T}$. Φυσικά, ο ορισμός με μαθηματικό τύπο είναι:

$$\vec{T} = \vec{F}_T \qquad (5)$$

και η σχέση της $\vec{T}$ με την $\vec{F}$ σύμφωνα με την εξίσωση (4) είναι μεριστική.

Ο νόμος της *τριβής ολίσθησης* μεταξύ των επιφανειών των δύο σωμάτων που είναι σε επαφή δίνεται από τη σχέση:

$$T = \eta\, F_N \qquad (6\alpha)$$

όπου:

T: το μέτρο της τριβής ολίσθησης
η: ο συντελεστής τριβής ολίσθησης (που είναι αδιάστατο μέγεθος)
F_N: το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Η εξίσωση (6α) εκφράζει ότι *η τριβή ολίσθησης είναι (ευθέως) ανάλογη της κάθετης δύναμης*, αλλά δεν ορίζει την *τριβή ολίσθησης*, η οποία ορίζεται με την εξίσωση (5) δεδομένης και της (4). Η ίδια εξίσωση, όμως, με τη μορφή:

$$\eta = \frac{T}{F_N} \qquad (6\beta)$$

αποτελεί την εξίσωση ορισμού του *συντελεστή τριβής ολίσθησης η*.

Παράδειγμα 2 Κατά την προς τα κάτω κατακόρυφη ρίψη ενός σώματος στο πεδίο βαρύτητας της Γης, με αρχική ταχύτητα v_0 ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = v_0 + gt \qquad (7)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gs} \qquad (8)$$

όπου:

v: το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t
v_0: η αρχική ταχύτητα του σώματος (τη χρονική στιγμή t=0)
g: η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης
s: το (κατακόρυφο) διάστημα από το σημείο εκκίνησης.

Ούτε η (7), όμως, ούτε η (8) είναι η εξίσωση ορισμού της ταχύτητας v. Ο ορισμός της v είναι '*η παράγωγος (ο ρυθμός μεταβολής) του διαστήματος s που διανύει το σώμα ως προς τον χρόνο*'. Δηλαδή η εξίσωση ορισμού της είναι:

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad (9)$$

όπου:

dt: ο στοιχειώδης χρόνος
ds: η μεταβολή του διαστήματος μέσα στον χρόνο *dt*.

Για το σώμα του παραδείγματος 2 ισχύουν, κάθε στιγμή, οι εξισώσεις (7), (8) και (9), που δίνουν την ταχύτητα v η καθεμιά μέσω διαφορετικής μαθηματικής σχέσης η οποία είναι διαφορετική *πράξη/τέλεση* ή *σειρά πράξεων* πάνω σε άλλα μεγέθη (όχι τα ίδια κάθε φορά) και παίζει τον ρόλο μιας *διεργασίας* αναδεικνύοντας διαφορετικά χαρακτηριστικά της έννοιας 'v' που απορρέουν, όμως, όλα από τον ορισμό (9) της έννοιας. Το σύνολο των σχέσεων αυτών παριστάνουν την ταχύτητα 'v' ως μια **procept** (< **pro-**cess **+** con**-cept**) (Gray & Tall, 1994, Tall, 2006), στα ελληνικά: **διεργέννοια** (< **διεργ-**ασία **+ έννοια**) (ΕΛΕΤΟ Γενικό Επιστημονικό Συμβούλιο, 2003), δηλαδή ταυτόχρονα την ταχύτητα ως **έννοια**, αλλά και ως **διεργασία** μέσω της οποίας αυτή μπορεί να υπολογιστεί.

Σημαντική παρατήρηση.

Η χρήση δεικτών στο σύμβολο της έννοιας ενός φυσικού μεγέθους συχνά ισοδυναμεί με ορισμό υποτασσόμενης έννοιας (*είδους* ή *μέρους* της έννοιας του μεγέθους) με υπερτασσόμενη έννοια (*γένος* ή *όλον*, αντίστοιχα) την έννοια του μεγέθους. Εν προκειμένω, ο δείκτης δηλώνει *διακριτικό χαρακτηριστικό* της υποτασσόμενης έννοιας στην πρώτη

περίπτωση (ειδογονική σχέση) ή *διακριτικό μέρος* στη δεύτερη περίπτωση (μεριστική σχέση). Έτσι π.χ.:

– Στο προηγούμενο Παράδειγμα 1 ο δείκτης N (normal/κάθετος) τοποθετούμενος στο σύμβολο της δύναμης $\vec{F}$ δίνει το σύμβολο $\vec{F}_{\mathbf{N}}$ που παριστάνει την 'κάθετη συνιστώσα' της δύναμης $\vec{F}$ και ο δείκτης T (tangential/εφαπτομενικός) τοποθετούμενος στο σύμβολο της δύναμης $\vec{F}$ δίνει το σύμβολο $\vec{F}_{\mathbf{T}}$ που παριστάνει την 'εφαπτομενική συνιστώσα' της δύναμης $\vec{F}$ δηλαδή το 2° μέλος της εξίσωσης (5)· που είναι ακριβώς ο ορισμός της τριβής ολίσθησης $\vec{T}$. Τόσο η $\vec{F}_{\mathbf{N}}$ όσο και η. $\vec{F}_{\mathbf{T}}$ είναι υποτασσόμενες έννοιες με υπερτασσόμενη την $\vec{F}$ σε μεριστική σχέση με αυτήν (μέρη της $\vec{F}$).

– Στο προηγούμενο Παράδειγμα 2 ο δείκτης 0 (t=0 είναι η χρονική στιγμή που το σώμα αρχίζει να κινείται) στο σύμβολο v του μέτρου της ταχύτητας οδηγεί στο σύμβολο v_0 που παριστάνει την 'αρχική ταχύτητα' του σώματος, η οποία είναι υποτασσόμενη έννοια με υπερτασσόμενη την έννοια v σε ειδογονική σχέση (είδος της v).

5 Συμπεράσματα

– Οι ορισμοί των φυσικών μεγεθών μέσω μαθηματικών τύπων (συναρτήσεων) δεν διαφέρουν στη φύση τους από λεκτικούς ορισμούς· απλώς είναι συνοπτικά διατυπωμένοι με μαθηματικά σύμβολα και πράξεις.

– Ο γενικός τύπος ορισμού ενός φυσικού μεγέθους q είναι η συνάρτηση:

$$q = f(a, b, c \ldots) \qquad (1)$$

που σχετίζει το οριζόμενο φυσικό μέγεθος με άλλα φυσικά μεγέθη $a, b, c, \ldots$ τα οποία είναι ήδη γνωστά. Στον Πίνακα 1 αναγράφονται μερικές από τις πιο συνήθεις σχέσεις μεταξύ φυσικών μεγεθών που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες μορφές της συνάρτησης (1). Καθεμιά από αυτές αντιστοιχεί και σε μία πράξη/τέλεση· οι περισσότερες αντιστοιχούν σε συσχετικές σχέσεις μεταξύ των εννοιών των φυσικών μεγεθών και μόνο όταν η πράξη είναι άθροιση (αλγεβρική ή διανυσματική) η αντίστοιχη σχέση είναι μεριστική.

– Κάθε τύπος της μορφής (1) δεν είναι, όμως, τύπος ορισμού του μεγέθους q. Από τους διάφορους τύπους που συνδέουν το φυσικό μέγεθος q με άλλα φυσικά μεγέθη ένας είναι ο τύπος ορισμού: αυτός που έχουν καθορίσει οι ειδικοί του πεδίου. Όλοι οι άλλοι αντιστοιχούν σε χαρακτηριστικά του φυσικού μεγέθους 'q' ως *διεργέννοιας* (procept) δηλαδή ως *έννοιας* ταυτόχρονα και ως *διεργασίας*.

– Τέλος, η χρήση δεικτών στο σύμβολο της έννοιας ενός φυσικού μεγέθους, συχνά δηλώνει ειδογονική σχέση (εξειδίκευση) ή μεριστική σχέση (επιμερισμό) και το δεικτοδοτημένο μέγεθος αποτελεί έναν *συμβολικό ορισμό* ενός *είδους* ή ενός *μέρους* του φυσικού μεγέθους, αντίστοιχα.

Βιβλιογραφία

ELOT/TC 21. (2014). *Greek comments on FDIS 704.2 V13Complete2008Aug*. (ISO/TC37/SC1/WG3, N306).

Gray, E., & Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Proceptual" View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116-140.

International Organization for Standardization. (2009). Terminology work – Principles and methods (ISO 704:2009).

International Organization for Standardization. (2019). Terminology work and terminology science – Vocabulary (ISO 1087:2019).

International Organization for Standardization. (2022). Terminology work – Principles and methods (ISO 704:2022).

Tall, D. (2006). Procepts. The University of Warwick, Research themes. http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/procepts.html

Valeontis, K. (2014). *Mathematical Definition of a Quantity----GR-Proposal*. (ISO/TC37/SC1/WG3, N307).

ΕΛΕΤΟ Γενικό Επιστημονικό Συμβούλιο. (2003). Όπως: process + concept ➔ procept, έτσι και: διεργασία + έννοια ➔ διεργέννοια. *Ορόγραμμα*, 63, Νοέμβριος-Δεκέμβριος. https://www.eleto.gr/download/Orogramma/Or063.pdf

Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης. (2006). *Ορολογική εργασία – Λεξιλόγιο – Μέρος 1: Θεωρία και εφαρμογή* (ΕΛΟΤ 561-1:2006).

Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης. (2010). *Ορολογική εργασία – Αρχές και μέθοδοι* (ΕΛΟΤ 402:2010).

Κώστας Βαλεοντής

Φυσικός-Ηλεκτρονικός

Υπεύθυνος Ομάδων Ορολογίας

Πρόεδρος της Ελληνικής Εταιρείας Ορολογίας (ΕΛΕΤΟ)

Ηλ-ταχ.: valeonti@otenet.gr